Métodos Numéricos

Cursada Primer Cuatrimestre 2015

Guía de Trabajos Prácticos Nro. 3

Temas: *Métodos iterativos. Criterio de aproximación. Criterios de convergencia.* Métodos cerrados: *Método de bisección, Método de la falsa posición.* Métodos abiertos: *Método de Punto Fijo, Método de Newton-Raphson y Método de la Secante, Extensión a sistemas de ecuaciones no lineales.*

1. Sea $f(x) = 3 \cdot x + sin(x) - e^x$.

   a) buscar manualmente la solucion para $f(x) = 0$ usando el método de bisección comenzando con $a = 0$ y $b = 1$. Para cada iteracción escribir:

      1) limites inferior y superior del intervalo,
      2) valor del punto medio x,
      3) valor $f(x)$ para el punto medio del intervalo,
      4) cota de error para ese intervalo ($|b - a|/2$),
      5) El error absoluto con respecto a la solución $x_s = 0.3604217029603$.

      (en todos los casos alcanza con mostrar 5 dígitos decimales). Terminar la tabla cuando el error absoluto es menor a 10^{-4} ($|\hat{x} - x_s| < 10^{-4}$).

   b) En caso de no conocerse la solución exacta, en cuantas iteracciones terminaria la búsqueda si el criterio de parada es que la cota para el error ($|b - a|/2$) sea menor a 10^{-3}?

   c) En caso de no conocerse la solución exacta, en cuantas iteracciones terminaria la búsqueda si el criterio de parada es que el error en y sea menor a 10^{-3} ($f(\hat{x}) < 10^{-3}$)?

2. Realice un programa en MATLAB que permita encontrar la solución aproximada de una *ecuación no lineal* por medio del método de *Bisección*. Elija las variables de entrada y salida mas convenientes, de acuerdo a las características propias del método. Las variables de salida deben incluir por lo menos la solución x_n, el numero de iteraciones usadas n, el valor de la funcion $f(x_n)$ y el error δ cuando sea posible.

   Aplique el programa de biseccion, del inciso 2, para encontrar la solución a los problemas (b) y (c) del ejercicio 1, utilizando el mismo intervalo inicial.

3. Aplicar el método de *Regula Falsi*, al problema del ejercicio 1,

4. Realice un programa en MATLAB que permita encontrar la solución aproximada de una *ecuación no lineal* por medio del método de *Regula Falsi*.

5. Aplique el programa de *Regula Falsi*, del inciso 4, para encontrar la solución a los problemas (b) y (c) del ejercicio 1, utilizando el mismo intervalo inicial.

6. Graficar las funciones y encontrar la solucion a la ecuación en forma manual, utilizando los métodos de Bisección y *Regula Falsi*. Los criterios de parada puede ser $|f(\hat{x})| \leq \epsilon$, $|\hat{x} - x| \leq \delta$, o una combinación de ambos. Para cada item escribir: **a)** cantidad de iteraciones que fueron necesarias, **b)** error absoluto de $f(\hat{x})$ y **c)** la cota para el error absoluto de $\hat{x}$.

   a) $f(x) = x \cdot sin(x) - 1$

      1) $a = 0, \quad b = 2, \quad \delta = 10^{-2}$
      2) $a = 0, \quad b = 2, \quad \epsilon = 10^{-5}$

   b) $f(x) = 2 \cdot x^{1.5} + x^2 - x - 5 \cdot 10^4$,
      1) $a = 200$, $b = 220$, $\epsilon = 10^{-5}$ y $\delta = 10^{-2}$

7. Graficar las funciones y encontrar la solucion a la ecuación $f(x) = 0$ usando los programas de los incisos 2 y 4 Sea δ la tolerancia para el cero: $|\hat{x} - x| < \delta$. Sea ϵ la tolerancia para la función: $|f(\hat{x})| < \epsilon$. Para cada item escribir: **a)** cantidad de iteraciones que fueron necesarias, **b)** error absoluto de $f(\hat{x})$ y **c)** la cota para el error absoluto de $\hat{x}$.

   a) $f(x) = cos(x) + 1 - x$,
      1) $a = -pi/2$, $b = 3 \cdot pi/2$, $\epsilon = 10^{-3}$
      2) $a = -pi$, $b = 3 \cdot pi$, $\delta = 10^{-2}$

   b) $f(x) = x \cdot e^x$,
      1) $a = -1$, $b = 2$, $\epsilon = 10^{-5}$ y $\delta = 10^{-2}$

   c) $f(x) = x^3 - x - 3$,
      1) $a = -100$, $b = 100$, $\epsilon = 10^{-5}$ ó $\delta = 10^{-2}$

   d) $f(x) = atan(x)$,
      1) $a = -1$, $b = 1$, $\epsilon = 10^{-5}$

8. Un proyectil que ha sido lanzado en forma vertical, se haya descendiendo a su *velocidad terminal* y responde a la siguiente expresión

$$M * G * 10^5 = 1.4 * v^{\frac{3}{2}} + 1.15 * v^2$$

   Calcule la *velocidad terminal* del proyectil si su masa $M = 5gr$ y $G = 9.81 \frac{m}{s^2}$ por medio de los métodos de Bisección y Regula Falsi, de forma tal que se cumpla que $|f(v)| \leq 10^{-4}$. Utilice graficos para determinar los valores iniciales.

9. La siguiente es una versión aproximada de la ecuación que permite determinar el *tamaño crítico* de un reactor nuclear.

$$tan\,(0.1x) = 9.2e^{-x}$$

   Utilice los métodos de Bisección y Regula Falsi, para obtener la solución físicamente significativa del problema planteado, siendo la misma, la menor raíz positiva. Utilice graficos para determinar los valores iniciales.

10. Aplique manualmente los métodos de punto fijo, Newton y Secante para encontrar la solución a los problemas (a) y (c) del ejercicio 1, usando valores iniciales $x_0 = 0$ primero y $x_0 = 1$ una segunda vez. Analizar el comportamiento. Si no converge con ninguna de las dos opciones de valor inicial, buscar un valor inicial apropiado.

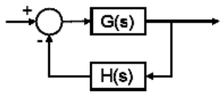
11. Realice un programa en MATLAB que permita encontrar la solución aproximada de una ecuación no lineal por medio del método de Punto Fijo. Elija las variables de entrada y salida mas convenientes, de acuerdo a las características propias del método. Las variables

de salida deben incluir por lo menos la solución x_n, el numero de iteracciones usadas n, el valor de la funcion $f(x_n)$ y el error δ cuando sea posible. Idem con los método de Newton-Raphson y de la Secante.

12. Aplique el programa de punto fijo del ejercicio 11 para encontrar la solución a los problemas del ejercicio 7. Selecciones la función $g(x)$ y los valores iniciales apropiados.

13. Dada la especial naturaleza de los polinomios, es sumamente sencillo obtener su derivada. Si $P(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots + a_n x^n$, entonces $P'(x) = a_1 + 2a_2 x + 3a_3 x^2 \ldots + n a_n x^{n-1}$. Adapte el programa de Newton-Raphson, para que calcule las raíces de un polinomio, ingresando un vector con los coeficientes del mismo.

14. Dado el siguiente sistema dinámico de control



cuya *función transferencia* T(s) está dada por $T(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)*H(s)}$. Halle los polos (raíces del denominador) de T(s), siendo $G(s) = \frac{s+1.75}{s*(s+4.6)}$ y $H(s) = \frac{6.15}{s^2+1.7s+3.4}$

15. Establezca los posibles reordenamientos del siguiente denominador de una función transferencia y determine gráficamente cuál es el mas adecuado para encontrar sus raíces por medio del método de Punto Fijo.

$$D(s) = s^5 - 12s + 1 = 0$$

16. Aproximar la raiz doble $x = 0$ de $f(x) = e^x - x - 1 = 0$ comenzando de $x_0 = 0.5$ mediante 10 iteracions del método de Newton. Repetir el proceso usando la fórmula para raices múltiples (en este caso $m = 2$). Comparar la velocidad de convergencia calculando el error en x en cada iteración.

17. Resuelva los problemas del ejercicio 7 por medio de la función **fzero** de MATLAB. Compare los resultados.

    Ejemplo:

```
f = inline('cos(x) + 1 - x')
x = -10:0.01:10;
y = f(x);
plot(x,y)
xzero = fzero(f,0)
f(xzero)
```

18. Resuelva los problemas del los ejercicios 14 y 15 por medio de la función roots de MATLAB. Compare los resultados.